OPCIÓN A

A.1.- a) Discute el sistema: $\begin{cases} (a^2-1)x+(a-1)y=0 \\ a^2y+z=0 \\ (a^2-1)x+ay+z=1 \end{cases}$ según el valor del parámetro **a**

b) **.-** Halla, si existe, la solución cuando **a = 4**

$a)$

$$|A|=\begin{vmatrix} a^2-1 & a-1 & 0 \\ 0 & a^2 & 1 \\ a^2-1 & a & 1 \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} a^2-1 & a-1 & 0 \\ 0 & a^2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix}=(a^2-1)\begin{vmatrix} a^2 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}=(a^2-1)(a^2-1)=(a^2-1)^2$$

$$Si\ |A|=0 \Rightarrow (a^2-1)^2=0 \Rightarrow (a-1)^2(a+1)^2=0 \Rightarrow \begin{cases} a+1=0 \Rightarrow a=-1 \\ a-1=0 \Rightarrow a=1 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\forall a \in \Re - \{-1, 1\} \Rightarrow rang(A)=3=Número\ de\ incognitas \Rightarrow Sistema\ Compatible\ Deter\min ado$$

$Cuando\ a=-1$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 1 \end{array}\right) \equiv \left(\begin{array}{ccc|c} 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \Rightarrow Sistema\ Incompatible$$

$Cuando\ a=1$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{array}\right) \equiv \left(\begin{array}{ccc|c} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \Rightarrow Sistema\ Incompatible$$

$b)$

$$|A|=(4^2-1)^2=15^2=225$$

$$x=\frac{\begin{vmatrix} 0 & 3 & 0 \\ 0 & 16 & 1 \\ 1 & 4 & 1 \end{vmatrix}}{225}=\frac{3}{225}=\frac{1}{75} \qquad y=\frac{\begin{vmatrix} 15 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 15 & 1 & 1 \end{vmatrix}}{225}=\frac{-15}{225}=-15 \qquad y=\frac{\begin{vmatrix} 15 & 3 & 0 \\ 0 & 16 & 0 \\ 15 & 4 & 1 \end{vmatrix}}{225}=\frac{15\cdot 16}{225}=\frac{16}{15}$$

A.2.- La recta $\begin{cases} x+y=1 \\ \lambda x+z=1 \end{cases}$ corta en **P** y **Q**, respectivamente, a los planos **y = 0** y **x = 0**

a) Determinar los puntos (si los hay) en el eje **OZ** que equidistan de **P** y **Q**. Naturalmente estos posibles puntos dependen del valor de λ

b) Determinar λ para que, además, los puntos del eje **OZ** formen con **P** y **Q** un triángulo equilátero.

$a)$

$$\begin{cases} x+y=1 \\ \lambda x+z=1 \end{cases} \Rightarrow r \equiv \begin{cases} x=\alpha \\ y=1-\alpha \\ z=1-\alpha\lambda \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 1-\alpha=0 \Rightarrow \alpha=1 \Rightarrow P\begin{cases} x=1 \\ y=0 \\ z=1-\lambda \end{cases} \Rightarrow P(1\,,0\,,1-\lambda) \\ \alpha=0 \Rightarrow Q\begin{cases} x=0 \\ y=1 \\ z=1 \end{cases} \Rightarrow Q(0\,,1\,,1) \end{cases} \Rightarrow OZ \equiv \begin{cases} x=0 \\ y=0 \\ z=\mu \end{cases}$$

$$\sqrt{(1-0)^2+(0-0)^2+(1-\lambda-\mu)^2}=\sqrt{(0-0)^2+(1-0)^2+(1-\mu)^2} \Rightarrow 1+(1-\lambda-\mu)^2=1+(1-\mu)^2 \Rightarrow$$
$$(1-\lambda-\mu)^2=(1-\mu)^2 \Rightarrow (1-\lambda-\mu)^2-(1-\mu)^2=0 \Rightarrow [1-\lambda-\mu-(1-\mu)]\cdot[1-\lambda-\mu-(1-\mu)]=0 \Rightarrow$$
$$(1-\lambda-\mu-1+\mu)\cdot(1-\lambda-\mu+1-\mu)=0 \Rightarrow (1-\lambda-\mu-1+\mu)\cdot(1-\lambda-\mu+1-\mu)=0 \Rightarrow$$

$$(-\lambda)\cdot(2-\lambda-2\mu)=0 \Rightarrow \begin{cases} -\lambda=0 \Rightarrow \lambda=0 \; (No\ es\ solución) \\ 2-\lambda-2\mu=0 \Rightarrow 2\mu=2-\lambda \Rightarrow \mu=\dfrac{2-\lambda}{2} \Rightarrow R\begin{cases} x=0 \\ y=0 \\ z=1-\dfrac{\lambda}{2} \end{cases} \Rightarrow R\left(0\,,0\,,1-\dfrac{\lambda}{2}\right) \end{cases}$$

$b)$

$$\begin{cases} \overrightarrow{PQ}=(0\,,1\,,1)-(1\,,0\,,1-\lambda)=(-1\,,1\,,1-1+\lambda)=(-1\,,1\,,\lambda) \\ \overrightarrow{PR}=\left(0\,,0\,,1-\dfrac{\lambda}{2}\right)-(1\,,0\,,1-\lambda)=\left(-1\,,0\,,1-\dfrac{\lambda}{2}-1+\lambda\right)=\left(-1\,,0\,,\dfrac{\lambda}{2}\right)\equiv(-2\,,0\,,\lambda) \end{cases} \Rightarrow$$

$$\cos 60^{\circ}=\frac{\left|\overrightarrow{PQ}.\overrightarrow{PR}\right|}{\left|\overrightarrow{PQ}\right|\left|\overrightarrow{PR}\right|} \Rightarrow \frac{1}{2}=\frac{\left|(-1\,,1\,,\lambda)\cdot(-2\,,0\,,\lambda)\right|}{\sqrt{(-1)^2+1^2+\lambda^2}\sqrt{(-2)^2+0^2+\lambda^2}} \Rightarrow \frac{1}{2}=\frac{\left|2+0+\lambda^2\right|}{\sqrt{2+\lambda^2}\sqrt{4+\lambda^2}} \Rightarrow$$

$$\sqrt{(2+\lambda^2)\cdot(4+\lambda^2)}=\pm 2(2+\lambda^2) \Rightarrow (2+\lambda^2)\cdot(4+\lambda^2)=4(2+\lambda^2) \Rightarrow 8+6\lambda^2+\lambda^4=8+4\lambda^2 \Rightarrow$$

$$\lambda^4+2\lambda^2=0 \Rightarrow (\lambda^2+2)\lambda^2=0 \Rightarrow \begin{cases} \lambda^2+2=0 \Rightarrow \lambda^2=-2 \Rightarrow \lambda=\pm\sqrt{-2} \Rightarrow \forall\lambda\notin\Re \\ \lambda^2=0 \Rightarrow \lambda=0 \end{cases} \Rightarrow \lambda=0$$

$$R'\begin{cases} x=0 \\ y=0 \\ z=1-\dfrac{0}{2} \end{cases} \Rightarrow R'(0\,,0\,,1)$$

A.3.- .- Se sabe que la función $f(x)=x^3+ax+b$ corta a su función derivada en **x = 1** y que además en dicho punto **f** tiene un extremo

a) Determinar los valores de **a** y **b**

b) Determina la naturaleza del extremo que **f** tiene en **x = 1**

c)¿Tiene algún otro extremo?

$a)$

$$f'(x)=3x^2+a \Rightarrow \begin{cases} f(1)= f'(1) \Rightarrow 1^3+a.1+b=3.1^2+a \Rightarrow 1+a+b=3+a \Rightarrow b=2 \\ \qquad f'(1)=0 \Rightarrow 3.1^2+a=0 \Rightarrow 3+a=0 \Rightarrow a=-3 \end{cases} \Rightarrow$$

$$f(x)=x^3-3x+2$$

$b)$

$$f''(x)=6x \Rightarrow f''(1)=6.1=6>0 \Rightarrow \textit{Mínimo} \Rightarrow$$

$$x=1 \Rightarrow f(x)=1^3-3.1+2=1-3+2=0 \Rightarrow \textit{Mínimo relativo en } (1\,,\,0)$$

$c)$

$$f'(x)=0 \Rightarrow 3x^2-3=0 \Rightarrow 3.(x^2-1)=0 \Rightarrow 3.(x-1)(x+1)=0 \Rightarrow \begin{cases} x-1=0 \Rightarrow x=1\,(\textit{ya nalizado}) \\ \qquad x+1=0 \Rightarrow x=-1 \end{cases} \Rightarrow$$

$$f''(-1)=6.(-1)=-6<0 \Rightarrow \textit{Máximo} \Rightarrow$$

$$x=-1 \Rightarrow f(-1)=(-1)^3-3.(-1)+2=-1+3+2=4 \Rightarrow \textit{Máximo relativo en } (-1\,,\,4)$$

A.4.- Sean las funciones $f(x) = \ln\ x - b\ ,\ g(x) = a\sqrt{x} + b$ **.Nota:** *el logaritmo es neperiano*

a) Determinar **a** y **b** para que ambas funciones sean tangentes entre si al pasar por **x = 1**

b) Determina en que puntos se anula cada una de estas funciones

c) Determina cual es el dominio de la función producto $h(x) = f(x).g(x)$

a) Para ser tangentes tiene el mismo valor de la pendiente en el punto dado

$$\begin{cases} \begin{cases} f(1) = \ln 1 - b = 0 - b = -b \\ g(1) = a\sqrt{1} + b = a + b \end{cases} \Rightarrow f(1) = g(1) \Rightarrow a + b = -b \Rightarrow a + 2b = 0 \\ \begin{cases} f'(x) = \dfrac{1}{x} \\ g'(x) = a \cdot \dfrac{1}{2\sqrt{x}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f'(1) = \dfrac{1}{1} = 1 \\ g'(1) = a \cdot \dfrac{1}{2\sqrt{1}} = \dfrac{a}{2} \end{cases} \Rightarrow f'(1) = g'(1) \Rightarrow 1 = \dfrac{a}{2} \Rightarrow a = 2 \end{cases} \Rightarrow 2 + 2b = 0 \Rightarrow b = -1$$

$$\begin{cases} f(x) = \ln\ x + 1 \\ g(x) = 2\sqrt{x} - 1 \end{cases}$$

$b)$

$$f(x) = \ln\ x + 1 \Rightarrow \begin{cases} Con\ OY \Rightarrow x = 0 \Rightarrow f(0) = \ln\ 0 + 1 \Rightarrow \nexists \in \Re\ (No\ hay\ solución) \\ Con\ OX \Rightarrow f(x) = 0 \Rightarrow \ln\ x + 1 = 0 \Rightarrow \ln\ x = -1 \Rightarrow x = e^{-1} \Rightarrow \left(\dfrac{1}{e}\ ,\ 0\right) \end{cases}$$

$$g(x) = 2\sqrt{x} - 1 \Rightarrow \begin{cases} Con\ OY \Rightarrow x = 0 \Rightarrow g(0) = 2\sqrt{0} - 1 = -1 \Rightarrow (0\ ,\ -1) \\ Con\ OX \Rightarrow g(x) = 0 \Rightarrow 2\sqrt{x} - 1 = 0 \Rightarrow 2\sqrt{x} = 1 \Rightarrow \sqrt{x} = \dfrac{1}{2} \Rightarrow x = \dfrac{1}{4} \Rightarrow \left(\dfrac{1}{4}\ ,\ 0\right) \end{cases}$$

$c)$

$$h(x) = (\ln\ x + 1) \cdot \left(2\sqrt{x} - 1\right) \Rightarrow \begin{cases} \ln\ x > 0 \Rightarrow \ln\ x > 0 \Rightarrow x > e^{0} \Rightarrow Dom(f) = \forall x \in \Re / x > 1 \\ x \geq 0 \Rightarrow Dom(f) = \forall x \in \Re / x \geq 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$Dom(h) = \forall x \in \Re / x > 1$$

OPCIÓN B

B.1.) Sea $M = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ b & a \end{pmatrix}; a,b \in \Re \right\}$

a) Prueba que si $A, B \in M$ también **A + B** y **A.B** estan en **M**

b) Determina las matrices **C = M** que verifiquen que **C² = 2C**

$a)$

$$\begin{cases} A = \begin{pmatrix} a & b \\ b & a \end{pmatrix}; a,b \in \Re \\ B = \begin{pmatrix} c & d \\ d & c \end{pmatrix}; c,d \in \Re \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A+B = \begin{pmatrix} a & b \\ b & a \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} c & d \\ d & c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a+c & b+d \\ b+d & a+c \end{pmatrix}; a+c, b+d \in \Re \\ A \cdot B = \begin{pmatrix} a & b \\ b & a \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} c & d \\ d & c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ac+bd & ad+bc \\ bc+ad & bd+ac \end{pmatrix}; ac+bd, ad+bc \in \Re \end{cases}$$

$$\begin{cases} A+B \in M \\ A.B \in M \end{cases}$$

$b)$

$$C = \begin{pmatrix} a & b \\ b & a \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} C^2 = \begin{pmatrix} a & b \\ b & a \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ b & a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a^2+b^2 & ab+ab \\ ab+ab & b^2+a^2 \end{pmatrix} \\ 2C = \begin{pmatrix} 2a & 2b \\ 2b & 2a \end{pmatrix} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a^2+b^2 = 2a \\ 2ab = 2b \Rightarrow 2b(a-1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} b = 0 \Rightarrow \\ a = 1 \end{cases} \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = 1 \Rightarrow 1^2 + b^2 = 2.1 \Rightarrow b^2 = 1 \Rightarrow b = \pm\sqrt{1} \Rightarrow \begin{cases} b = 1 \\ b = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} C = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \\ C = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \end{cases} \\ b = 0 \Rightarrow a^2 + 0^2 = 2a \Rightarrow a^2 - 2a = 0 \Rightarrow (a-2)a = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 0 \\ a = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} C = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \text{No válida} \\ C = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \end{cases} \end{cases}$$

B.2. Sabemos que en el plano el lugar geométrico de todos los puntos equidistantes de dos dados es una recta. Pues bien ocurre que si en lugar de pedir que el cociente de la distancias sea **1**, elegimos otro valor fijo, el lugar geométrico pasa a ser una circunferencia.

a) Comprueba esta afirmación tomando como puntos **(- 1 , 0)** y **(1 , 0)** y un parámetro λ como cociente de las distancias

b) Da una expresión del centro y el radio de la circunferencia del apartado a) en función de λ

c) Representar la figura para $\lambda = 2$

a) Tomando **(x , y)** como punto del lugar geométrico que es una recta mediatriz al segmento dado por los puntos **$a(a_x , a_y)$** y **$b(b_x , b_y)$**

$$1 = \frac{\sqrt{(x-a_x)^2+(y-a_y)^2}}{\sqrt{(x-b_x)^2+(y-b_y)^2}} \Rightarrow (x-a_x)^2+(y-a_y)^2 = (x-b_x)^2+(y-b_y)^2 \Rightarrow$$

$$x^2-2a_x x+a_x^2+y^2-2a_y y+a_y^2 = x^2-2b_x x+b_x^2+y^2-2b_y y+b_y^2 \Rightarrow$$

$$-2a_x x+a_x^2-2a_y y+a_y^2+2b_x x-b_x^2+2b_y y-b_y^2 = 0 \Rightarrow 2(b_x-a_x)x+2(b_y-a_y)y+a_x^2+a_y^2-b_x^2-b_y^2 = 0$$

Ecuación de una recta

$$\lambda = \frac{\sqrt{(x-a_x)^2+(y-a_y)^2}}{\sqrt{(x-b_x)^2+(y-b_y)^2}} \Rightarrow (x-a_x)^2+(y-a_y)^2 = \lambda^2\left[(x-b_x)^2+(y-b_y)^2\right] \Rightarrow$$

$$x^2-2a_x x+a_x^2+y^2-2a_y y+a_y^2 = \lambda^2\left(x^2-2b_x x+b_x^2+y^2-2b_y y+b_y^2\right) \Rightarrow$$

$$x^2-2a_x x+a_x^2+y^2-2a_y y+a_y^2-\lambda^2\left(x^2-2b_x x+b_x^2+y^2-2b_y y+b_y^2\right) = 0 \Rightarrow$$

$$\left(1-\lambda^2\right)x^2+\left(1-\lambda^2\right)y^2+2\left(\lambda^2 b_x-a_x\right)x+2\left(\lambda^2 b_y-a_y\right)y+a_x^2+a_y^2-\lambda^2 b_x^2-\lambda^2 b_y^2 = 0$$

Ecuación de una circunferencia

$$\lambda = \frac{\sqrt{(x+1)^2+(y-0)^2}}{\sqrt{(x-1)^2+(y-0)^2}} \Rightarrow (x+1)^2+y^2 = \lambda^2\left[(x-1)^2+y^2\right] \Rightarrow \lambda^2\left(x^2-2x+1+y^2\right)-x^2-2x-1-y^2- = 0$$

$$\left(\lambda^2-1\right)x^2+\left(\lambda^2-1\right)y^2-2\left(\lambda^2+1\right)x+\lambda^2-1 = 0 \Rightarrow x^2+y^2-2\left(\frac{\lambda^2+1}{\lambda^2-1}\right)x+1 = 0$$

b)

$$\begin{cases} \qquad\qquad Centro\left(\dfrac{\lambda^2+1}{\lambda^2-1}\ ,\ 0\right) \\ 1 = \left(\dfrac{\lambda^2+1}{\lambda^2-1}\right)^2+0^2-R^2 \Rightarrow R^2 = \left(\dfrac{\lambda^2+1}{\lambda^2-1}\right)-1 \Rightarrow R^2 = \dfrac{\left(\lambda^2+1\right)^2-\left(\lambda^2-1\right)^2}{\left(\lambda^2-1\right)^2} \end{cases}$$

$$R^2 = \frac{1+2\lambda^2+\lambda^4-1+2\lambda^2-\lambda^4}{\left(\lambda^2-1\right)^2} = \frac{4\lambda^2}{\left(\lambda^2-1\right)^2} \Rightarrow R = \sqrt{\frac{4\lambda^2}{\left(\lambda^2-1\right)^2}} = \frac{2\lambda}{\lambda^2-1}$$

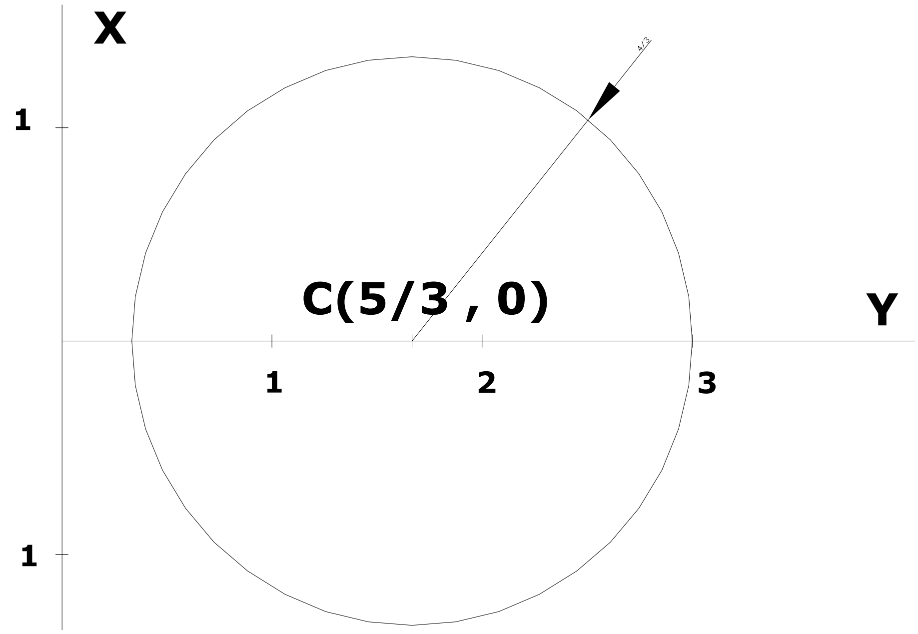
$c)$

$$Centro\left(\frac{2^2+1}{2^2-1}\,,\,0\right) \Rightarrow \left(\frac{5}{3}\,,\,0\right)$$

$$R^2 = \frac{4.2^2}{\left(2^2-1\right)^2} = \frac{16}{9} \Rightarrow R = \sqrt{\frac{16}{9}} = \frac{4}{3} \Rightarrow \left(x-\frac{5}{3}\right)^2 + \left(y-0\right)^2 = \frac{16}{9} \Rightarrow \left(\frac{3x-5}{3}\right)^2 + y^2 = \frac{16}{9} \Rightarrow$$

$$\frac{\left(3x-5\right)^2}{9} + y^2 = \frac{16}{9} \Rightarrow \left(3x-5\right)^2 + 9y^2 = 16 \Rightarrow 9x^2 - 30x + 25 + 9y^2 - 16 = 0 \Rightarrow$$

$$9x^2 + 9y^2 - 30x + 9 = 0 \Rightarrow 3x^2 + 3y^2 - 10x + 3 = 0$$



B.3.- Sea la integral $\int e^{2x} sen\, e^x dx$

a) Intégrala mediante el cambio **t = e^x**

b) Calcula la constante de integración para que la función integral pase por el origen de coordenadas.

$a)$

$$F(x) = \int e^x e^x sen\, e^x dx = \int t\, sen\, t\, dt = -t\cos t - \int (-\cos t)\, dt = -e^x \cos e^x + \int \cos t\, dt = e^x \cos e^x + sen\, t$$

$$\begin{cases} e^x = t \\ e^x dx = dt \end{cases} \qquad \begin{cases} t = u \Rightarrow dt = du \\ sen\, t\, dt = dv \Rightarrow v = \int sen\, t\, dt = -\cos t \end{cases}$$

$$F(x) = e^x \cos e^x + sen\, e^x + K \Rightarrow$$

$b)$

$$F(0) = 0 \Rightarrow e^0 \cos e^0 + sen\, e^0 + K = 0 \Rightarrow 1.\cos 1 + sen\, 1 + K = 0 \Rightarrow$$

$$K = -\cos 1 - sen\, 1 \Rightarrow$$

$$F(x) = e^x \cos e^x + sen\, e^x - \cos 1 - sen\, 1$$

B.4.- Sea $f(x) = x|x-1|^2$

a) Hallar los extremos y puntos de inflexión de la función **f**

b) Calcula el límite de **f** en $+\infty\ y -\infty$

$a)$

$$x-1>0 \Rightarrow \forall x \in \Re / x>1 \Rightarrow f(x) = \begin{cases} x[-(x-1)]^2 & si \quad x<1 \\ x[(x-1)]^2 & si \quad x \geq 1 \end{cases} \Rightarrow f(x) = x(x-1)^2 \Rightarrow$$

$$f'(x) = (x-1)^2 + 2x(x-1) = (x-1+2x).(x-1) = (3x-1).(x-1) \Rightarrow f'(x) = 0 \Rightarrow (3x-1).(x-1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{3} \\ x = 1 \end{cases}$$

$$f''(x) = 3(x-1) + (3x-1) = 3x-3+3x-1 = 6x-4 = 2.(3x-2) \Rightarrow \begin{cases} f''\left(\frac{1}{3}\right) = 2.\left(3\cdot\frac{1}{3}-2\right) = 2.(1-2) = -2 \\ f''(1) = 2.(3\cdot 1-2) = 2.(3-2) = 2 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} x = \frac{1}{3} \Rightarrow f\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{1}{3}\cdot\left(\frac{1}{3}-1\right)^2 = \frac{1}{3}\cdot\left(-\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{1}{3}\cdot\frac{4}{9} = \frac{4}{27} \Rightarrow En\left(\frac{1}{3}, \frac{4}{27}\right) \Rightarrow \textit{Máximo relativo} \\ x = 1 \Rightarrow f(1) = \frac{1}{3}\cdot(1-1)^2 = \frac{1}{3}\cdot 0^2 = 0 \Rightarrow En\ (1, 0) \Rightarrow \textit{Mínimo relativo} \end{cases}$$

$$f''(x) = 0 \Rightarrow 2.(3x-2) = 0 \Rightarrow 3x-2 = 0 \Rightarrow x = \frac{2}{3} \Rightarrow f\left(\frac{2}{3}\right) = \frac{2}{3}\cdot\left(\frac{2}{3}-1\right)^2 = \frac{2}{3}\cdot\left(-\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{2}{3}\cdot\frac{1}{9} = \frac{2}{27}$$

$$En\left(\frac{2}{3}, \frac{2}{27}\right) \Rightarrow \textit{Punto de} \inf \textit{lexión}$$

$b)$

$$\lim_{x\to\infty} x(x-1)^2 = \infty.\infty = \infty$$

$$\lim_{x\to-\infty} x(x-1)^2 = \lim_{x\to\infty} -x(-x-1)^2 = -\infty.\infty = -\infty$$